I. ÜBUNG ZU LINEARE ALGEBRA I

Abgabe: bis DO, 23. OKT. 2008, 11:00 UHR in den Kästen 109, 110 bzw. 119.

http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/LA-1/

In jeder Aufgabe sind maximal 10 Punkte erreichbar.

1. Aufgabe: Es seien X, Y und Z Mengen. Man zeige:

1. $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$.
2. $Z \setminus (X \cup Y) = (Z \setminus X) \cap (Z \setminus Y)$.
3. $X \cap Y = X$ genau dann, wenn $X \subseteq Y$.
4. $X \setminus (X \setminus Y) = X \cap Y$.

2. Aufgabe: Seien $f\colon X \to Y$ und $g\colon Y \to X$ Abbildungen mit $g \circ f = 1_X$. Man zeige, dass f injektiv und g surjektiv ist. Man gebe ein Beispiel an, in dem weder f noch g bijektiv ist.

3. Aufgabe: Sei $f\colon X \to Y$ eine Abbildung. Seien $A_1, A_2 \subseteq X$ und $B_1, B_2 \subseteq Y$ Teilmengen. Man zeige:

1. $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$.
2. $f(A_1 \cap A_2) \subseteq f(A_1) \cap f(A_2)$. (Gilt auch "="?)
3. $f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$.
4. $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$.

4. Aufgabe: Sei X eine Menge. Sei $f\colon X \to 2^X$ eine Abbildung von X in die Potenzmenge von X. Man zeige, dass f nicht surjektiv sein kann.

5. Aufgabe: Es sei $X = \{1, 2, \ldots, n\}$ mit einer natürlichen Zahl n. Sei $f\colon X \to X$ eine Abbildung. Man zeige: f ist genau dann injektiv, wenn f surjektiv ist.