PD Dr. Dirk Kussin
Dipl.-Math. Julia Sauter

SS 2009

1. Test zur Linearen Algebra 2

13.05.2009

Name, Vorname	
Übungsgruppe	
Studiengang	
Matrikelnummer	
Semester	

Zugelassene Hilfsmittel: Stifte.

Hinweise:
i) Bitte schreiben Sie mit Kugelschreiber oder Füllfederhalter in blauer oder schwarzer Farbe.
ii) Füllen Sie bitte beide Deckblätter vollständig und gut lesbar aus.

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punktzahl	10	6	7	7	30
erreichte Punktzahl					

PD Dr. Dirk Kussin
Dipl.-Math. Julia Sauter

SS 2009

1. Test zur Linearen Algebra 2

13.05.2009

Name, Vorname	
Übungsgruppe	
Studiengang	
Matrikelnummer	
Semester	

Zugelassene Hilfsmittel: Stifte.

Hinweise:
i) Bitte schreiben Sie mit Kugelschreiber oder Füllfederhalter in blauer oder schwarzer Farbe.
ii) Füllen Sie bitte beide Deckblätter vollständig und gut lesbar aus.

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punktzahl	10	6	7	7	30
erreichte Punktzahl					

Aufgabe 1:

(10 Punkte)

Kreuzen Sie an, ob die folgenden Aussagen allgemein wahr oder falsch sind.
K sei stets ein Körper. Vektorräume seien immer endlichdimensional.

Aussage	**wahr**	**falsch**
Jeder Endomorphismus eines $\mathbb{R}$-Vektorraums ist trigonalisierbar.	☐	☐
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3;\mathbb{R})$ ist diagonalisierbar.	☐	☐
$\lambda \in K$ ist Eigenwert von $A \;\Rightarrow\; \lambda^2$ ist EW von A^2.	☐	☐
$A \in \mathrm{M}(n;K)$ ist invertierbar $\Leftrightarrow$ 0 ist kein Eigenwert von A.	☐	☐
$A \in \mathrm{M}(3;\mathbb{R})$ habe einen reellen und (mind.) einen nicht-reellen Eigenwert in $\mathbb{C}$. Dann ist A diagonalisierbar in $\mathrm{M}(3;\mathbb{R})$.	☐	☐

Bemerkungen:

i) Sie brauchen Ihre Antworten nicht zu begründen.

ii) Eine richtige Antwort gibt **zwei** Punkte, eine falsche Antwort gibt **einen** Minuspunkt. Keine Antwort gibt **null** Punkte.

iii) Nicht nachvollziehbare Antworten oder "Doppelantworten" werden wie eine falsche Antwort bewertet.

Aufgabe 2:

(6 Punkte)

Sei $A \in \mathrm{M}(2;\mathbb{R})$ mit charakteristischem Polynom $\chi_A = T^2 + 1$.

Man bestimme das Minimalpolynom $\mu_A \in \mathbb{R}[T]$. (Begründung!)

Aufgabe 3:

(7 Punkte)

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(2; \mathbb{R})$.

(a) Man bestimme alle Eigenwerte von A.

(b) Man ermittle $P \in \mathrm{GL}(2; \mathbb{R})$, so dass $P^{-1}AP$ eine Diagonalmatrix ist.

(Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein!)

Aufgabe 4:

(7 Punkte)

Sei $A \in \mathrm{M}(n; K)$ nilpotent (d. h. es gebe ein $s \in \mathbb{N}$ mit $A^s = 0$).

Man zeige, dass dann $\chi_A = T^n$ gilt.