X. ÜBUNG ZU RINGE und MODULN

Abgabe: DO, 12. JANUAR 2006 in der Übung

`http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Ringe_und_Moduln/`

20. Aufgabe: Sei $J = \mathrm{Rad}(A)$. Seien e und f idempotente in A. Man zeige, dass $eA \simeq fA$ genau dann gilt, wenn $eA/eJ \simeq fA/fJ$. 4 P.

21. Aufgabe: **a)** Sei $A = K[T]/(T^n)$ ($n \geq 1$, K ein Körper). Man bestimme (bis auf Isomorphie) alle unzerlegbaren projektiven A-Moduln. 2 P.

b) Sei

$$A = \begin{pmatrix} K & K & \dots & K \\ 0 & K & \dots & K \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & K \end{pmatrix} \subset \mathrm{M}_n(K)$$

die Algebra der oberen $n \times n$-Dreiecksmatrizen über dem Körper K. Man bestimme ein Repräsentantensystem der unzerlegbaren projektiven A-Moduln. 4 P.

22. Aufgabe: **a)** Sei H eine abelsche Gruppe und $h : \mathrm{mod}-A \longrightarrow H$ eine Abbildung mit $h(M) = h(U) + h(M/U)$ für alle $M \in \mathrm{mod}-A$ und alle Untermoduln U von M, sowie $h(M) = h(M')$ für alle M, $M' \in \mathrm{mod}-A$ mit $M \simeq M'$. Man zeige, dass h additiv ist. 3 P.

b) Man untersuche, wie sich Kompositionsreihen unter Isomorphismen verhalten und schließe, dass der Dimensionsvektor zweier isomorpher Moduln gleich ist. 3 P.

23. Aufgabe: Sei M ein beliebiger (nicht notwendig endlich erzeugter) Modul über einem beliebigen Ring. Man zeige, dass M endlich erzeugt ist, wenn M eine Kompositionsreihe hat. 4 P.

Nächste Veranstaltungen im neuen Jahr: Übung, Do 12.01.2006; Vorlesung, Fr 13.01.2006, 11:00 Uhr