XIII. ÜBUNG ZUR TOPOLOGIE

http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Topologie/

54. Aufgabe: Seien $f, g\colon X \to Y$ stetige Abbildungen, wobei X zusammenhängend ist. Es gebe einen Punkt in X, in dem f und g übereinstimmen. Zu jedem $x \in X$ gebe es eine offene Umgebung V, so dass entweder $f = g$ auf V gilt oder $f(v) \neq g(v)$ für alle $v \in V$. Man zeige, dass $f = g$ (auf ganz X) gilt.

55. Aufgabe: Man zeige, dass $\exp\colon \mathbb{R} \to S^1$ die universelle Überlagerung von S^1 ist, a) *abstrakt*, und b) *explizit* einen Homöomorphismus zu dem in der Vorlesung konstruierten einfach zusammenhängenden Überlagerungsraum angebend.

56. Aufgabe: Man klassifiziere alle wegzusammenhängenden Überlagerungen von S^1.

57. Aufgabe: Seien a und b die Erzeuger von $G \overset{def}{=} \pi_1(S^1 \vee S^1, 1) \simeq \mathbb{Z} * \mathbb{Z}$. Sei H die von den Elementen a^2, b^2, ab, ba erzeugte Untergruppe. Man konstruiere eine wegzusammenhängende Überlagerung von $S^1 \vee S^1$ mit charakteristischer Untergruppe H. Welchen Index hat H in G? Man finde alle Untergruppen von G mit demselben Index.

58. Aufgabe: Sei $p\colon \widetilde{X} \to X$ eine einfach zusammenhängende Überlagerung von X. Sei $A \subseteq X$ ein wegzusammenhängender und lokal wegzusammenhängender Teilraum und $\widetilde{A} \subseteq \widetilde{X}$ eine Bogenkomponente von $p^{-1}(A)$. Man zeige, dass $p\colon \widetilde{A} \to A$ eine Überlagerung ist, dessen charakteristische Untergruppe der Kern des von der Inklusion induzierten Homomorphismus $\pi_1(A) \to \pi_1(X)$ ist.