VIII. ÜBUNG ZUR TOPOLOGIE

http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Topologie/

32. Aufgabe: Man vervollständige die Beweisargumente für die Eindeutigkeit der Vervollständigung eines metrischen Raums (Satz 9.7, Beweisschritt (8)).

33. Aufgabe: Sei (X, d) ein metrischer Raum. Sei $x \in X$ und U eine Umgebung von x. Man konstruiere (ohne Verwendung des Lemmas von Urysohn) eine Umgebung V von x und eine stetige Funktion $f\colon X \to [0, 1]$ mit $f|_{X \setminus U} \equiv 0$ und $f|_V \equiv 1$.

34. Aufgabe: **a)** Man zeige, dass die Grundaufgabe 10.1 zur Konstruktion stetiger Funktionen genau dann für beliebige disjunkte Teilmengen A, $B \subseteq X$ lösbar ist, wenn sie für $\overline{A}$ und $\overline{B}$ lösbar ist.

b) Man zeige: Ist die Grundaufgabe 10.1 lösbar, so müssen A und B durch offene Umgebungen trennbar sein.

c) Man zeige: In einem metrischen Raum (X, d) lassen sich disjunkte abgeschlossene Mengen immer durch offene Umgebungen trennen.

d) Man zeige: In einem kompakten topologischen Raum X lassen sich disjunkte abgeschlossene Mengen immer durch offene Umgebungen trennen.

35. Aufgabe: Sei X ein topologischer Raum, in dem für abgeschlossene Teilmengen A immer die Aussage des Fortsetzungssatzes von Tietze gilt. Man zeige, dass dann disjunkte abgeschlossene Teilmengen von X stets durch offene Umgebungen trennbar sind.