IX. ÜBUNG ZUR TOPOLOGIE

http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Topologie/

36. Aufgabe: Sei $f_i\colon X_i \to Y_i$ eine Familie von Abbildungen zwischen nichtleeren topologischen Räumen ($i \in I$). Sei $f = \prod_{i\in I} f_i\colon \prod_{i\in I} X_i \to \prod_{i\in I} Y_i$ die Abbildung definiert durch $f\big((x_i)_{i\in I}\big) \overset{def}{=} \big(f_i(x_i)\big)_{i\in I}$. Man zeige:

$$f \text{ stetig} \quad \Leftrightarrow \quad \forall\, i \in I\colon f_i \text{ stetig.}$$

37. Aufgabe: Man zeige, dass es sich bei der Homotopieäquivalenz von topologischen Räumen um eine Äquivalenzrelation handelt.

38. Aufgabe: Seien $f_i \simeq g_i\colon X_i \to Y_i$ homotope stetige Abbildungen ($i = 1, 2$). Man zeige, dass dann auch $f_1 \times f_2 \simeq g_1 \times g_2\colon X_1 \times X_2 \to Y_1 \times Y_2$ homotop sind. Man formuliere und zeige auch eine relative Version.

39. Aufgabe: Sei X ein topologischer Raum X.

a) Man zeige die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

(1) X ist zusammenziehbar.

(2) Die identische Abbildung 1_X ist nullhomotop.

(3) Jede stetige Abbildung $f\colon X \to Y$ ist nullhomotop (Y ein topologischer Raum).

(4) Jede stetige Abbildung $g\colon Z \to X$ ist nullhomotop (Z ein topologischer Raum).

b) X besitze einen seiner Punkte als Deformationsretrakt. Man zeige, dass X zusammenziehbar ist. (Gilt auch die Umkehrung?)

40. Aufgabe: Man zeige in allen Details, dass die Homotopiekategorie Htp (tatsächlich) eine Kategorie ist und bestimme die Isomorphismen.